

## **Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Simetría”**

Esta guía brinda una panorámica del contenido y contexto didáctico de los medios del paquete de contenido para pizarras digitales interactivas titulado “Simetría”.

En el método didáctico “Cómo trabajar con un paquete de contenido para pizarras digitales interactivas”, también incluido en el paquete de medios didácticos, se provee información general sobre el uso y concepto didáctico del paquete de contenido para pizarras digitales interactivas.

### **1 Introducción a la enseñanza de este tema**

Los niños experimentan con la simetría ya desde pequeños y manipulan con naturalidad objetos cotidianos que no tendrían utilidad si no tuvieran sus características simétricas. Una mesa con patas desiguales es tan poco práctica como una escalera con peldaños inclinados. En todos los juegos de campo como, p. ej., fútbol o tenis, las oportunidades de ganar no estarían igual de repartidas si las canchas no tuvieran un diseño simétrico. La naturaleza también presenta muchas formas simétricas (copos de nieve, hojas, flores, insectos, etc.). Se trata de que los alumnos tomen conciencia de lo que tienen en común todas esas experiencias acumuladas hasta la fecha de forma intuitiva.

#### **1.1 Motivo del tema**

La simetría es un tema con el que los alumnos se encontrarán una y otra vez a diferentes niveles en el transcurso de la escuela primaria. Los alumnos confeccionan ya diferentes patrones, cenefas y papeles plegados antes incluso de que adquieran conciencia de la clase de matemáticas. Tomando como referencia estas experiencias previas se enseña en un inicio en el 1<sup>er</sup> curso la simetría axial y luego, en el 3<sup>er</sup> y 4<sup>o</sup> cursos, la simetría rotacional y la simetría de traslación respectivamente. La materia se aborda siempre desde una perspectiva integral, tanto mediante la elaboración autónoma de figuras simétricas como a través de la comprensión, descripción, explicación y clasificación.

Los alumnos deben, por ejemplo, poder identificar ejes de simetría y saber completar simétricamente figuras incompletas. Deben encontrar fallos de simetría, comprender que las reflexiones y los desplazamientos regulares de patrones son formas de simetría, al tiempo que conocen y aprenden un repertorio reducido de términos técnicos: eje de simetría, simetría rotacional, tesselado, cenefa, etc.

El tema de la simetría se trata principalmente en la clase de matemáticas/geometría, aunque también en las asignaturas de arte y de ciencias naturales y sociales. Además, resulta ideal para exposiciones interdisciplinarias. La belleza y la finalidad de la simetría en la naturaleza, la técnica, el arte y la arquitectura son fáciles de ilustrar y de comprender.

Los materiales necesarios para las manualidades son objetos muy simples: papel, tijeras, lápiz y pintura; útiles sencillos para dibujar como una regla y una escuadra con transportador, así como objetos cotidianos y domésticos, como, p. ej., un espejo de bolsillo. También se pueden utilizar el geoplano y fichas con la forma de las letras L-T-Z.

### 1.2 Selección de medios

El paquete de contenido para pizarras digitales interactivas titulado “Simetría” contiene 19 medios individuales.

- 4 fotografías y montajes de fotografías para ilustrar la simetría en la vida diaria
- 1 figura como imagen para la discusión para la introducción en el tema (portada)
- 2 figuras interactivas (Encontrar ejes de simetría, Cómo se forma simetría rotacional)
- 2 ejercicios interactivos (Descubrir el objeto no simétrico, Calcular con el espejo)
- 3 instrucciones sobre experimentación/guías de manualidades (Simetría axial, Simetría de traslación y Simetría rotacional)
- 2 textos informativos (¿Qué es la simetría?, Construimos un castillo simétrico)
- 2 hojas de trabajo con hojas de respuestas (Simetría de traslación, Ejercicios con el geoplano)
- 1 lista de enlaces

### 1.3 Generalidades para profesores

El paquete de contenido para pizarras digitales interactivas titulado “Simetría” pone al descubierto y explica a los alumnos las simetrías axiales, de traslación y rotacionales en la vida cotidiana, proporcionándoles así una comprensión básica de la simetría. No se trata tanto de una demostración matemático-geométrica, sino de una evidencia inmediata. Aquí (todavía) pueden fiarse de sus ojos.

Al examinar la simetría de figuras y formas, los alumnos encuentran el eje de simetría, por ejemplo, doblando un papel.

En caso de impartir toda la materia, se recomienda seguir el orden:

- Simetría axial
- Simetría de traslación
- Simetría rotacional

Aunque también es posible tratar los temas de manera individual.

## 2 Los tipos de simetría

### 2.1 Introducción al tema

La psicología de la percepción (Gestalt) describe la simetría como una de las nueve “categorías” que guían la identificación y clasificación de objetos en el ser humano. Todos los niños reconocen la simetría mucho antes de emplear la palabra. Cuando un niño parte –de manera equitativa– una tableta de chocolate, de modo instintivo ha encontrado un eje de simetría central dentro de un patrón homogéneo (que, por cierto, puede ser también un buen ejemplo de simetría de traslación o teselado).

La simetría se debe poder reconocer a simple vista en los primeros objetos mostrados, sin ayuda de instrumentos de medición. Tampoco pasa nada si algún que otro objeto no es simétrico al cien por cien. Porque en muchas ocasiones (y especialmente en objetos de la naturaleza), aunque el diseño responde obviamente a un ideal de simetría, la ejecución no es perfecta, p. ej., en una estrella de mar que debido a una lesión tiene un brazo más corto. O en las personas, cuyos rostros y cuerpos tampoco llegan nunca a ser perfectamente simétricos. Las reglas y principios matemáticos en los que se basa la simetría carecen de importancia en este nivel escolar.

### 2.1.1 La simetría es un fenómeno cotidiano

La imagen de portada muestra un montaje de fotografías con cuatro motivos. Tres de ellos (rostro, mariposa, letra “A”) tienen simetría axial, no así el dibujo de la montaña. Algunos de estos motivos se encuentran asimismo en otros medios del paquete.

Medio



“Simetría”

La pregunta inicial a los alumnos podría ser: ¿qué imagen se diferencia de las otras en virtud de qué característica? Siendo varias las respuestas correctas posibles, puede que sea necesario llamar la atención sobre la forma, por ejemplo, pidiendo a los alumnos que se fijen en la disposición por pares de características idénticas (p. ej., ojos, alas).

Si esa pista no fuera suficiente, el profesor puede también utilizar una regla (el canto de la mano, un libro o similar) para llamar la atención sobre la similitud izquierda/derecha.

Como explicación inicial del término “simetría” se puede proponer entonces:

Se dice de una cosa (seres vivos, formas, etc.) que es simétrica cuando presenta una similitud intrínseca o un patrón recurrente.

El montaje de fotografías de objetos cotidianos simétricos sirve para mostrar que la simetría no es algo que exista únicamente en el mundo ideal del dibujo:

Medio



“La simetría está en todas partes”

En el montaje de fotografías se puede ver:

- Un tablero de juego de damas chinas
- La rueda delantera de una bicicleta
- Entablado
- Unas tenazas
- Un muñeco de madera articulado

En este medio didáctico se amplía el espectro de la simetría, ya que la rueda de una bici no solo tiene simetría axial (como los motivos del dibujo), sino también simetría rotacional. En el tablero de juego de damas chinas se pueden identificar varios ejes de simetría (hasta 6). Si todavía no se desean abordar esas simetrías “avanzadas”, se puede dejar para más adelante esta fotografía.

El muñeco de madera no tiene totalmente simetría axial, aunque puede que los alumnos así lo vean a primera vista. La fotografía puede servir de estímulo para que los alumnos construyan sus propios muñecos de madera de simetría axial.

Llegado este momento, se puede proponer a los alumnos que nombren objetos de los que crean que son simétricos.

### 2.1.2 Los tres tipos básicos de simetría

Este texto informativo con ilustraciones retoma la pregunta inicial y la desarrolla presentando y describiendo los tres tipos principales de simetría. Se introducen los términos más importantes (“eje”, “congruente”, etc.). Se puede retomar (una vez más) el montaje de fotografías “La simetría está en todas partes” para mostrar que no solo existe simetría axial.

Medios



“La simetría está en todas partes”



“Simetría – ¿qué es eso?”

El origen griego-latino del término se ilustra por medio de la imagen de un templo griego. Un escultor griego llamado Polykleitos fue el primero en utilizar en torno al año 500 a. C. la expresión “sum metria” (con medida).

Los textos breves sobre la “belleza”, la “utilidad”, y la “justicia” de la simetría intentan explicar que la simetría no es solamente una expresión de un lenguaje formal, sino un concepto muy amplio.

Los alumnos pueden formular por escrito sus propias ideas al respecto (tarea 1).

A continuación se presentan en breves textos y figuras comentadas la simetría axial, rotacional y de traslación. Una vez tratados estos temas, los alumnos deberían estar en condiciones de resolver con éxito las tareas 2 y 3.

Este paquete de contenido incluye para el estudio suplementario otros medios para cada uno de los tres tipos de simetría.

## 2.2 Simetría axial y simetría especular

La simetría axial es la más fácil de reconocer, ya que el eje de simetría se puede visualizar claramente como una línea recta. La expresión “simetría especular” se debe emplear como sinónimo, ya que la simetría axial está definida como sigue:

Se dice que una figura tiene simetría axial cuando podemos trazar una recta (llamada eje de simetría) que divida en dos partes la figura, de modo que los puntos de una coincidan con los puntos de la otra.

Esta característica se puede verificar fácilmente, p. ej., colocando un espejo de bolsillo en el eje de simetría o plegando la figura (p. ej., en figuras geométricas de papel). Aquí se puede hacer referencia de nuevo a la mariposa de la portada: al plegar sus alas, estas se superponen (coinciden) por completo.

Medio



“Encontrar ejes de simetría”

La figura interactiva “Encontrar ejes de simetría” muestra seis objetos de simetría axial de la vida diaria, dos de los cuales ya aparecieron en la portada (rostro, mariposa).

Con esta figura se pueden explicar las características en las que hay que fijarse:

- ¿Tiene, p. ej., el objeto un eje de simetría “natural” – en los libros, el pliegue central; en el rostro, el dorso de la nariz?
- ¿Dónde termina un patrón, dónde comienza el otro (hoja de trébol, sofá)?
- ¿Quién dice que únicamente puede haber un eje (hoja de trébol, viviendas adosadas)?

Los alumnos deben descubrir las relaciones de simetría y dibujarlas en la posición estimada en la pizarra digital interactiva (esto último también lo puede hacer el profesor). La posición correcta del eje (o ejes) se puede visualizar y verificar a continuación haciendo clic con el ratón.

Medio



¿Qué objeto no tiene simetría axial?

En este ejercicio los alumnos deben identificar en diferentes series de cuatro ilustraciones aquel objeto que **no** tienen simetría axial.

Se trata de que los alumnos desarrollen un concepto algo más abstracto de la simetría. Por ejemplo, el pretzel en la serie de alimentos seguro que no tiene una simetría axial exacta; tampoco la camiseta en la fotografía. Pero el arquetipo “pretzel” (o la “idea pretzel”) es una forma de simetría axial idealizada. Los niños deben comprender que el principio o arquetipo no siempre se plasma de un modo perfecto. (Aquí se puede hacer referencia al rostro humano: de acuerdo con algunas investigaciones, a pesar de la preferencia general por la simetría, los rostros perfectamente simétricos tampoco son percibidos como agradables, sino más bien como “artificiales”. Véanse al respecto el enlace correspondiente en la lista de enlaces.)

Nota: aparte de las palabras con simetría axial en el sentido más estricto (ATA, OVO, OTO, etc.), hay otras que también se consideran con simetría axial, como “oso” o “radar”. Estas palabras o frases, llamadas palíndromos, se leen igual de izquierda a derecha, que de derecha a izquierda, aunque no son simétricos en términos gráficos-visuales.

Medio



“Manualidades con la simetría axial”

Los experimentos con la simetría axial son particularmente fáciles de realizar. Esta guía ilustrada muestra dos métodos para que los alumnos, en su casa o en el colegio, experimenten con la simetría axial:

- Crear patrones simétricos doblando y recortando papel
- Crear patrones simétricos con manchas de tinta

Los medios descritos a continuación tratan la simetría axial en un contexto lúdico concreto en forma de simetría especular:

Medios



“Simetría por reflexión”



“Calcular con el espejo”

La imagen “Simetría por reflexión” muestra cómo un espejo colocado sobre la imagen de portada divide en dos mitades, a la vez que completa, dos de los motivos (mariposa, “A”). Y los otros dos motivos (montaña, rostro) aparecen ahora dos veces cada uno en la imagen global. Este efecto visual es el que se debe aplicar en el ejercicio “Calcular con el espejo”:

Sobre la mesa hay cinco monedas. Se trata de resolver de manera consecutiva cinco pequeñas tareas de suma y resta colocando para ello un espejo de bolsillo en la posición correcta entre y sobre las monedas. Se muestran gráficamente tres respuestas posibles: A, B, C. La respuesta correcta se puede visualizar a continuación como fotografía.

## 2.3 Simetría de traslación

Simetría de traslación (o simetría traslacional) es aquella simetría que se obtiene cuando se desplaza un motivo una distancia dada en una dirección determinada.

Los patrones simétricos resultantes de la traslación son tan cotidianos que apenas los percibimos como tales: entablados, adoquinados, estampados, tablero de ajedrez. A partir de patrones, a menudo de lo más simples, y por medio de la reproducción múltiple, la traslación y la reflexión simétrica, es posible crear ornamentos muy complejos.

Medio



“Cenefa como adorno de pared”

La imagen de un friso, como los que se encuentran con frecuencia en las habitaciones de niños, sirve para preparar el tema de la simetría de traslación. La característica determinante es una escena de piratas que se repite varias veces a lo largo del friso: es decir, un patrón básico que se desplaza cada vez una distancia determinada.

La congruencia es también en este caso la piedra de toque. Solo que esta vez la simetría no se obtiene por reflexión, sino por desplazamiento del patrón.

En la siguiente hoja de trabajo se explican los conceptos “simetría de traslación”, “cenefa” y “teselado”. Los alumnos deben identificar qué patrones básicos (o elementos) se esconden detrás de las cenefas y cómo han sido desplazados para crear el ornamento. De forma análoga se analiza el techo de una iglesia como ejemplo de aplicación de un patrón recurrente para cubrir una superficie, es decir, el teselado.

Las respuestas a las cuatro tareas planteadas en la hoja de trabajo se encuentran en la hoja de respuestas “Simetría de traslación”.

Medio



“Simetría de traslación – simetría por desplazamiento de patrones” (con hoja de respuestas)

La guía de manualidades sobre el tema “simetría de traslación” presenta dos métodos sencillos para crear cenefas: impresión con una papa y reproducción de un patrón calcado:

Medio



Manualidades con la simetría de traslación

## 2.4 Simetría rotacional

La simetría rotacional es una característica de objetos que efectivamente giran (molino de viento, rueda de automóvil, ventilador, batidora de mano/molinillo, etc.), pero también de objetos inmóviles. Mientras que en el caso de los primeros confiere además estabilidad mecánica al objeto (piénsese en un molino de viento con una de las aspas mucho más larga), en los inmóviles (o los que por lo menos no rotan) se trata más bien de una característica formal. En cualquiera de los casos:

Se dice que un objeto tiene simetría rotacional si después de rotar un cierto ángulo en torno a un centro de rotación continúa presentando el mismo aspecto que antes.

O dicho de otro modo:

En la simetría rotacional, la congruencia ya mencionada anteriormente al presentar las formas de simetría resulta a partir de un determinado giro en torno a un centro de rotación.

La forma circular y las líneas de diámetro que cruzan por el centro de una señal de prohibido aparcar, común en muchos países del mundo, sugieren ya “rotación” y “centro de rotación”:

Medio



“Señal de prohibido aparcar (con simetría rotacional)”

Otro motivo con simetría rotacional (rueda de bicicleta) se encuentra en el medio “La simetría está en todas partes”.

Las dos características relevantes de la simetría rotacional –centro de rotación y giro en un determinado ángulo– se ilustran en la siguiente simulación:

Medio



“Cómo se forma simetría rotacional”

La siguiente guía de manualidades explica la forma de crear patrones de simetría rotacional aplicando algunas reglas básicas de la simetría rotacional:

Medio



“Manualidades con la simetría rotacional”

A partir de dos cuadrados de cartón superpuestos y unidos por el centro se obtiene una estrella de ocho puntas girando uno respecto del otro. También se puede confeccionar una estrella de ocho puntas si se dobla un papel cuadrado siguiendo las instrucciones aquí facilitadas y se recorta por un lado con unas tijeras.

En ambos casos se obtiene un patrón de simetría rotacional, con la diferencia de que en el primer caso hay un centro de rotación “real”. En el segundo caso, el centro de rotación del patrón viene dado por la intersección de los dobleces en el centro del papel desplegado.

Nota: un copo de nieve auténtico tiene seis puntas, pero es más difícil de elaborar. La lista de enlaces contiene un enlace a una página web en la que se pueden crear estrellas de seis puntas sin necesidad de papel (animación flash); así como una guía para avanzados sobre cómo confeccionar estrellas de papel de seis puntas.

## 2.5 Ejercicios generales y ampliación del horizonte

### 2.5.1 Trabajar con el geoplano

El geoplano puede ser un buen instrumento para realizar los ejercicios de simetría de esta hoja de trabajo (simetrías axial, rotacional y de traslación). Si se dispone de ellos, es posible trasladar los ejercicios a los geoplanos (cuadrícula de 11x11). Si no se dispone de geoplanos, las respuestas se pueden dibujar en la hoja de trabajo impresa. Para la evaluación hay una hoja de respuestas.

Medio



“Ejercicios de simetría con el geoplano” (con hoja de respuestas)

### 2.5.2 El plano de un castillo perfectamente simétrico

La finalidad de esta hoja informativa es transmitir que los conocimientos de simetría pueden ser muy útiles:

Medio



“Construimos un castillo simétrico”

Los alumnos descubren paso a paso cómo se construye un castillo octagonal –que existe en la realidad– aplicando para ello relaciones de simetría:

El castillo Castel del Monte fue construido en Apulia, una región del sur de Italia, entre los años 1240 y 1250 aproximadamente, por un arquitecto anónimo para el emperador del Sacro Imperio Romano Germánico Federico II.. La planta de este castillo octagonal, con su anillo de torres igualmente octogonales, está diseñada en base a múltiples relaciones de simetría.

El castillo continúa suscitando hoy en día muchos interrogantes entre los investigadores. Como fortificación de defensa no resulta útil, ya que carece de la infraestructura adecuada (camino de ronda, alojamiento para los soldados, caballerizas, despensas, etc.). El arte ornamental árabe y la mística en torno al número ocho parecen haber jugado un papel importante en el diseño.

Este medio esboza en unos pocos pasos el diseño del plano de Castel del Monte hasta la planta completa, que finalmente se muestra como modelo 3D. Por último se muestra una fotografía del castillo.

### 2.5.3 Simetría – no gracias

Un aspecto de la simetría, sin el cual no estaría completo el enfoque integral del tema, es la renuncia o superación consciente o inconsciente de la simetría.

- **Arquitectura**  
La simetría y las proporciones tienen una importancia máxima para muchos arquitectos. El arquitecto Friedensreich Hundertwasser (1928 – 2000) evitaba o enmascaraba las formas constructivas simétricas (por ejemplo, en su “Kunsthhaus” (Casa del Arte en Viena). En la época del Jugendstil (modernismo alemán) la arquitectura se apartó de una simetría rigurosa en favor de formas y líneas más orgánicas y fluidas.
- **Góndola veneciana**  
Los constructores de barcos son, por lo general, extremadamente precisos con la simetría axial del casco, ya que de otro modo se vería afectada negativamente la marcha en línea recta. La góndola, que es impulsada con un único remo lateral por un remero situado en la popa, presenta una línea de quilla ligeramente desplazada del centro, es decir, un casco asimétrico. De esa forma se compensa la deriva lateral ocasionada por el remo lateral.
- **Moda (funcional)**  
En la moda, naturalmente, todo está permitido y casi siempre sin motivo aparente. Pero a veces se encuentran chaquetas cuyas cremalleras se desplazan hacia la izquierda o la derecha a la altura del cuello. Porque si se llevan puestas varias chaquetas de corte convencional, las cremalleras superpuestas pueden llegar a presionar la laringe.  
Por cierto: los pares de zapatos (izquierdo-derecho) no siempre fueron bilateralmente simétricos. Aunque ya se conocían y utilizaban en la antigüedad, ese conocimiento se perdió en el siglo XVI. El uso de zapatos adaptados a la forma del pie no se volvió a generalizar hasta mediados del siglo XIX.
- **Platija (pez plano)**  
La platija es un pez que ha perdido por completo la simetría axial. Al reposar siempre sobre uno de sus lados en la arena del fondo marino, el ojo inferior incluso ha migrado hacia la cara superior.
- **Cangrejo violinista**  
Los cangrejos violinista machos poseen una pinza muchísimo más desarrollada y grande que la otra. Durante la época de apareamiento, los cangrejos agitan su pinza hiperdesarrollada para atraer a las hembras.

- Zurdo/diestro  
La mayoría de las personas diestras no pueden hacer muchas cosas con su mano izquierda. Pero la mayoría de los zurdos se defienden bastante bien con la derecha – ¿a qué se puede deber esto?

### 3 Lista de enlaces y otras sugerencias

La lista de enlaces contiene enlaces de Internet que remiten a información complementaria, experimentos y manualidades, tanto para el uso en la clase como a título de información para el profesor.

Medio



“Lista de enlaces para el paquete de contenido para pizarras digitales interactivas titulado "Simetría"”