

## **Paquetes de contenido para pizarras digitales interactivas: Combinatoria, Estadística y Probabilidad**

Esta guía brinda una panorámica del contenido y contexto didáctico de los medios en los paquetes de contenido para pizarras digitales interactivas titulados “Combinatoria”, “Probabilidad”, y “Estadística”.

En el método didáctico “Cómo trabajar con un paquete de contenido para pizarras digitales interactivas”, también incluido en el paquete de medios didácticos, se provee información general sobre el uso y concepto didáctico de los paquetes de contenido para pizarras digitales interactivas.

### **1 Introducción a la enseñanza de este tema**

#### **1.1 Motivo del tema**

El tema de la estocástica con sus ramas: “probabilidad”, “estadística” y “combinatoria” ha formado parte del plan de estudios en las escuelas primarias de países como Alemania o Japón.

En Alemania, por ejemplo, la “recolección y representación de información en figuras, tablas y gráficos” está estipulada específicamente en el currículo preceptivo para matemáticas aplicadas en los cuatro grados de la enseñanza primaria, y asimismo, la solución de “problemas combinatorios” también se requiere explícitamente. Las normas educativas reales de áreas de especialización de contenido relacionado incluyen el conteo sistemático de posibilidades (combinatoria), la estimación y comparación de las oportunidades de ganar en experimentos aleatorios (probabilidad), así como también la adquisición de datos y las frecuencias de ocurrencia (estadística) en observaciones, investigaciones y experimentos, así como la representación de dichos datos en tablas, gráficos y diagramas. A su vez, esto estimula y desarrolla aún más las habilidades matemáticas tales como entender el principio del conteo, la capacidad de resolver problemas y el razonamiento lógico.

Al tratarse los temas de la estocástica o la combinatoria en la escuela primaria es sumamente importante entrelazar los tres niveles de manera enactiva (actuación), icónica (visual) y simbólica. Por esta razón, los materiales y ejemplos que siguen han sido seleccionados de la vida diaria para que los alumnos estén familiarizados con ellos, y que así, los motiven y estimulen a actuar (nivel enactivo). Después de la ilustración visual de la situación, se espera que los niños se sientan animados para considerar sus propias posibilidades de notación (nivel simbólico) a partir de sus propias experiencias, y compararlas.

#### **1.2 Selección de medios**

Hay disponible un gran número de medios para uso en conexión con los temas de la estocástica y la combinatoria. Enumerarlos exhaustivamente en un solo paquete de contenido para pizarras digitales interactivas reduciría la claridad. Por ello, hemos agrupado los medios conforme a las tres ramas (Estadística, Combinatoria y Probabilidad) y los hemos distribuido en tres paquetes de contenido “más pequeños”. Estos paquetes de contenido contienen los medios siguientes:

### **Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Estadística”**

- 1 fotografía (imagen de portada) para ilustrar la pertinencia a la vida diaria
- 1 figura sobre adquisición de datos estadísticos
- 1 figura interactiva sobre adquisición y representación de datos estadísticos
- 4 hojas de trabajo imprimibles (una con hoja de respuestas) con tareas sobre estadística
- 1 lista de enlaces a otra información sobre el tema.

### **Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Combinatoria”**

- 1 fotografía (imagen de portada) para ilustrar la pertinencia a la vida diaria
- 1 figura sobre combinaciones de números
- figuras interactivas para mostrar resultados combinatorios en forma de dibujo, tabla y diagrama de árbol
- hojas de trabajo imprimibles con tareas sobre combinatoria (con hojas de respuestas)
- 1 lista de enlaces a otra información sobre la materia.

### **Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Probabilidad”**

- 1 fotografía (imagen de portada) para ilustrar la pertinencia a la vida diaria
- 1 figura interactiva sobre las probabilidades de los resultados de lanzar los dados
- ejercicios interactivos (prueba de compleción y ejercicio de pareo)
- instrucciones sobre experimentación: experimento de muestras aleatorias (con hoja de respuestas) y experimento con dados
- 1 hoja de trabajo imprimible con tareas sobre probabilidades (con hoja de respuestas)
- lista de enlaces a otra información sobre la materia.

## **1.3 Generalidades para profesores**

Los archivos de medios de los paquetes de contenido para pizarras digitales interactivas pueden ser utilizados individual e independientemente unos de otros. Sin embargo, las lecciones serán ciertamente más animadas al utilizarse los medios de manera combinada. Con ese fin, recomendamos desarrollar los tres subtemas en los pasos siguientes. Las tareas dadas como ejemplos en cada caso para trabajar en clase son adecuadas para todos los grados, mientras que algunos de los ejercicios para estudio individual están divididos en dos niveles de dificultad: 1.º y 2.º grado (7 y 8 años de edad) y 3.º y 4.º grado (9 y 10 años de edad).

### **Estadística**

- Extracción y comparación de información de un gráfico
- Adquisición de datos y frecuencias; representación gráfica de los resultados
- Varias tareas sobre resolución de problemas mediante estadística

### **Combinatoria**

- Representación gráfica de problemas combinatorios
- Representación de problemas combinatorios en diagramas
- Representación de problemas combinatorios en tablas
- Varias tareas sobre resolución de problemas mediante combinatoria

## Probabilidad




- Familiarización con la terminología
- Adivinanza y prueba de las probabilidades
- Estimación, revisión y registro de las oportunidades de ganar
- Varias tareas sobre resolución de problemas mediante probabilidad

Cabe mencionar a estas alturas que los medios incluidos en los paquetes de contenido para pizarras digitales interactivas no pueden ofrecer una secuencia didáctica completa, sino que el profesor los ha de suplementar con más ejemplos y ejercicios prácticos.

El profesor también debe seleccionar con anticipación formas sociales y de trabajo que correspondan al nivel de conocimientos de los niños.

Consejo: las conferencias de matemáticas en las que los alumnos “inventan” y discuten soluciones posibles en grupo, por adelantado, son apropiadas con virtualmente todos los medios.

Hay enlaces a más información sobre cada uno de los tres subtemas compilados en una lista de enlaces:

- Medios
-  “Lista de enlaces al contenido de 'Estadística' para pizarras digitales interactivas”
  -  “Lista de enlaces al contenido de 'Combinatoria' para pizarras digitales interactivas”
  -  “Lista de enlaces al contenido de 'Probabilidad' para pizarras digitales interactivas”

## 2 Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Estadística”

Estadística en la recolección de datos y frecuencias mediante encuesta u observación y la representación de dichos datos en diagramas o tablas.

### 2.1 Extracción y comparación de información de un gráfico

#### Tarea

¿Cuáles son los pasatiempos más populares entre niños?

#### Objetivos

- Lectura de diagramas sencillos
- Extracción de información
- Formación de conceptos (mayor o menor que, igual a, el menos o el más)
- Determinación y representación de datos

#### Implementación

Los alumnos han de leer, comparar y verbalizar números de un gráfico de barras que se puede construir interactivamente.

- Medio  “¿Cuáles son los pasatiempos más populares entre niños?”

Los alumnos pueden introducir los datos del gráfico de barras en una tabla de la hoja de trabajo correspondiente. Los enunciados sobre el contenido del gráfico de barras pueden ser evaluados como correctos o incorrectos.

Medio



“Pasatiempos populares entre niños” (con hoja de respuestas)

Consejo: como ejercicio, los alumnos preguntan a sus compañeros de clase sobre sus pasatiempos y elaboran un gráfico por sí mismos.

## 2.2 Adquisición de datos y frecuencias; representación gráfica de los resultados

### Tarea 1

¿Qué mascotas tienen los niños de nuestra clase?

#### Objetivos

- Recolección de datos y cantidades
- Representación en tablas y diagramas
- Formación de conceptos (mayor o menor que, igual a, el menos o el más)

#### Implementación

Para las tareas en la hoja de trabajo, los alumnos recogen datos por sí mismos en clase para aplicar los conocimientos adquiridos; en este caso, mediante el uso del ejemplo “Mascotas”. Primero se anotan los resultados en una tabla en formato de hoja de conteo y luego se los representa en un gráfico de barras. Posteriormente, los alumnos tienen que formular preguntas sobre los resultados en la encuesta de datos, las cuales se responde entonces en la clase.

Medio



“¿Qué mascotas tienen los niños de nuestra clase?”

### Tarea 2

Busca en la imagen cualesquier datos o cantidades que se puedan representar y comparar en tablas.

#### Objetivos

- Recolección de datos y cantidades
- Representación en tablas y diagramas
- Formación de conceptos (mayor o menor que, igual a, el menos o el más)

#### Implementación

Los alumnos han de extraer información de una imagen (números de plantas, animales, etc.), representarla y compararla para aplicar los conocimientos adquiridos, esta vez por su propia cuenta.



Medio



“Paisaje con plantas y animales”

## 2.3 Varias tareas sobre resolución de problemas mediante estadística

Estas hojas de trabajo con dos niveles de dificultad – 1.º y 2.º grado (7 y 8 años de edad) y 3.º y 4.º grado (9 y 10 años de edad) – con una tarea adicional en cada caso para alumnos especialmente “avanzados”, ofrecen sugerencias para temas en los cuales los niños pueden recoger y representar gráficamente datos y frecuencias, en la clase o en la escuela.

Medios		“Recolección y representación de datos” (1.º y 2.º grado: 7 y 8 años de edad)
		“Recolección y representación de datos” (3.º y 4.º grado: 9 y 10 años de edad)

En este caso no se puede proveer una hoja de respuestas porque los datos varían de una clase a otra. Por lo tanto, es importante revisar conjuntamente con los alumnos los gráficos preparados y, en particular, verbalizar los resultados con los términos que ellos han aprendido.

## 3 Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Combinatoria”

Combinatoria significa el conteo sistemático de posibilidades. Los resultados pueden ser mostrados en forma gráfica (en dibujos o diagramas) o en tablas. El número de combinaciones posibles se lee entonces de ahí. También se pueden calcular las soluciones matemáticamente.

### 3.1 Representación gráfica de problemas combinatorios

#### Tarea


Tres amigos desean estar juntos en una fotografía: ¿Cuáles son las opciones para alinearse?

#### Objetivos

- Comprensión y verbalización de situaciones con contenido combinatorio
- Preparación de dibujos sencillos

#### Implementación

Antes de que los alumnos muestren las diferentes posibilidades de ordenamiento en una figura, ellos deben experimentar la situación físicamente y ejecutar las posibilidades (niveles enactivos). Tres niños pueden ordenarse en maneras diferentes y verbalizar quién está posando dónde. Ahora la representación gráfica de problemas combinatorios se desarrolla interactivamente al arrastrarse dibujos de tres niños en combinaciones arbitrarias hacia “marcos fotográficos” (nivel icónico):

Medio		“Combinación de caras para imágenes (dibujo)”
-------	---	---

Nota: Se pueden mostrar una posible combinación correcta mediante el botón correspondiente. Los estudiantes han de encontrar otras posibilidades de notación ilustrativa más sencillas para esta tarea (figuras adheribles, letras del alfabeto, etc.) para descubrir la variante más clara que ellos puedan utilizar posteriormente para resolver tareas similares (nivel simbólico).

### 3.2 Representación de problemas combinatorios en diagramas

#### Tarea

Tomás tiene tres pantalones y tres camisetas de diferentes colores: ¿Qué opciones tiene para vestirse?

#### Objetivos

- Comprensión y verbalización de situaciones reales con contenido combinatorio
- Representación en un diagrama de árbol

#### Implementación

Antes de que los alumnos representen las varias y diferentes combinaciones posibles en un diagrama, ellos deben experimentar la situación físicamente y probar las combinaciones. Por lo tanto, se combina ropa real o ropa de muñeca de diferentes maneras y se verbalizan los resultados (nivel enactivo).

Ahora la clase trabaja en la representación de los resultados en un diagrama de árbol, interactivamente. Posteriormente los niños prepararán diagramas por su cuenta en tareas similares:

Medio



“Combinación de pantalones y camisetas (diagrama de árbol)”

Nota: Se pueden mostrar una posible combinación correcta mediante el botón correspondiente. A continuación, los estudiantes buscarán las maneras posibles de simplificar el diagrama, por ejemplo, mediante abreviaturas (nivel simbólico).

### 3.3 Representación de problemas combinatorios en tablas

#### Tarea

Tomás tiene tres pantalones y tres camisetas de diferentes colores: ¿Qué opciones tiene para vestirse?

#### Objetivos

- Comprensión y verbalización de situaciones con contenido combinatorio
- Cómo mostrar los resultados en una tabla
- Cálculo de la solución

#### Implementación

En esta figura, los alumnos pueden arrastrar símbolos gráficos de pantalones y camisetas en cualquier combinación hacia una tabla con dos columnas. Ellos han de verbalizar entonces las combinaciones que han encontrado:

Medio



“Combinación de pantalones y camisetas (tabla)”


Nota: Se pueden mostrar una posible combinación correcta mediante el botón correspondiente. El siguiente paso es desarrollar la solución matemática ( $3 \times 3 = 9$ ). Aunque esto podría ser útil a algunos niños para encontrar la solución o para verificarla, no es necesario que los alumnos puedan aplicar dicho método de cálculo.

### 3.4 Varias tareas sobre resolución de problemas mediante combinatoria



Es necesario que los estudiantes encuentren las combinaciones de tres dígitos para un candado de bicicleta por prueba y error. Adicionalmente, hay combinaciones de cinco dígitos para alumnos avanzados. Para este propósito, ellos utilizarán las tarjetas numéricas de 1 a 9 (hoja para recortar contenida en la hoja de trabajo). Ellos deben pensar entonces sobre el número de combinaciones posibles. Se puede desarrollar la solución en clase, sistemáticamente, con la hoja de trabajo, mediante el cálculo e introducción de los resultados en un diagrama, a fin de aplicar los conocimientos adquiridos:

Medio  “Combinar números” (con hoja de respuestas)

La figura con los candados de combinación de la hoja de trabajo también está disponible como imagen individual y se la puede llenar a mano, por ejemplo, en la pizarra digital interactiva.

Medio  “Combinaciones posibles de un candado de combinación”

Las siguientes dos hojas de trabajo (dos niveles de dificultad: 1.º y 2.º grado (7 y 8 años de edad) y 3.º y 4.º grado (9 y 10 años de edad)), cada una con una hoja de respuestas, ofrecen varios ejercicios sobre combinatoria. En 1.º y 2.º grado (7 y 8 años de edad), el profesor especifica una de las tres formas de presentación a utilizarse, mientras que en 3.º y 4.º grado (9 y 10 años de edad), ello queda a discreción de los alumnos a fin de que elijan la más práctica para su objetivo:

Medios  “Encontrar las combinaciones posibles (1.º y 2.º grado [7 y 8 años de edad])” con hoja de respuestas  
 “Encontrar las combinaciones posibles (3.º y 4.º grado [9 y 10 años de edad])” con hoja de respuestas

## 4 Paquete de contenido para pizarras digitales interactivas: “Probabilidad”

Probabilidad es una clasificación de enunciados y juicios según el grado de certeza. La ocurrencia de un evento puede ser, por lo tanto, cierta, posible, imposible, probable o improbable.

Se pueden realizar experimentos aleatorios para determinar la probabilidad y mostrarse los resultados correspondientes en hojas de conteo o tablas.

### 4.1 Familiarización con la terminología

#### Tarea

Llenar los espacios en blanco con los términos cierto, posible, imposible, probable o improbable.

#### Objetivos

- Primeras experiencias relativas a probabilidad
- Formación de conceptos (cierto, posible, imposible, probable o improbable)

### Implementación

En esta prueba de compleción, se seleccionan los términos cierto, posible, imposible, probable o improbable con referencia a situaciones de la vida diaria.

Medio



“Probabilidades en la vida diaria (prueba de compleción)”

## 4.2 Adivinanza y prueba de las probabilidades

### Tarea

Lanzar dos dados 50 veces. ¿Qué suma total ocurre con mayor frecuencia?

### Objetivos

- Experiencias relativas a la probabilidad
- Formación de conceptos (cierto, posible, imposible, probable o improbable)
- Representación tabular de los resultados de un experimento aleatorio

### Implementación

Antes de llevar a cabo el experimento aleatorio, los alumnos deben tratar de adivinar qué valores totales son posibles y qué tan alto es el grado de probabilidad. Se anotan los resultados en una hoja de conteo y los estudiantes insertan los términos aprendidos en una prueba de compleción según la frecuencia de los valores:

Medio



“Probabilidades: Experimento con dados”

Después del experimento, se enumerarán todas las combinaciones posibles de los dados en la clase. Si algunos estudiantes ya las han determinado por cuenta propia (véase la tarea adicional en las instrucciones sobre experimentación), pueden presentar los resultados.

Se puede utilizar una figura interactiva que muestre las combinaciones posibles de los dados para resumir los conocimientos adquiridos o como alternativa al experimento para desarrollar el tema:

Medio



“Totales de los dados”

También hay un ejercicio de pareo interactivo para estudio suplementario con preguntas adicionales sobre los términos aprendidos y las posibilidades:

Medio



“Frecuencias de los totales de los dados (ejercicio de pareo)”

Nota: Esta tarea interactiva también sirve como hoja de respuestas para la prueba de compleción en las instrucciones sobre experimentación.

### 4.3 Estimación, revisión y registro de las oportunidades de ganar

#### Tarea

Sacar una ficha de una taza

#### Objetivos


- Estimación y revisión de las oportunidades de ganar en experimentos aleatorios
- Formación de conceptos (cierto, posible, imposible, probable o improbable)
- Representación de los resultados en una tabla

#### Implementación

Conjuntamente, en grupos, se pide a los niños que saquen diferentes fichas de colores de tazas y anoten los resultados en una tabla. Luego ellos comparan los resultados de las cinco tazas y sugieren ideas del porqué los resultados son diferentes. Estas ideas serán revisadas con base en el contenido de las tazas llenas con números diferentes de fichas rojas y azules. A continuación, se verbalizan los hallazgos en una prueba de completión (hoja de respuestas provista) mediante el uso de los términos que se han aprendido:


Medio  “Experimento con muestras aleatorias” (con hoja de respuestas)

Hay unas cuantas instrucciones para que los profesores preparen este experimento:

Medio  “Experimento con muestras aleatorias” (información didáctica)

### 4.4 Varias tareas sobre resolución de problemas mediante probabilidad

Los experimentos y problemas (incluidas dos tareas adicionales para estudiantes avanzados) relativos a probabilidad han de ser resueltos en una hoja de trabajo. Se utiliza una hoja de respuestas para revisión y se la debe discutir en clase para formular las razones de los resultados.

Medio  “¿Qué es cierto, posible, imposible?” (con hoja de respuestas)